$$R(\tau) = D \cdot e^{-\alpha[\tau]} \qquad (2)$$

$$R(\tau) = D \cdot e^{-\alpha[\tau]} \cos \beta\tau \qquad (3)$$

$$R(\tau) = D \cdot e^{-\alpha[\tau]} \left(\cos \beta\tau + \frac{\alpha}{\beta} \sin \beta\tau\right) \qquad (4)$$

В выражения (2,3 и 4) входят параметры корреляционной функции, Параметр χ характеризует интенсивность затухания корреляционной фукции χ и β , а следовательно, и динамику протекания исследуемого процесса.

Параметр β характеризует частотный состав исследуемого процесса. Размерность обоих параметров корреляционной функции сек -1. Следующей числовой характеристикой случайного процесса является спектральная плотность S(w) случайного процесса, которая связана преобразованием Фурье с корреляционной функцией.

Спектральная плотность случайного процесса

$$S(\omega) = \frac{2}{\pi} \int_0^{\tau_{max}} R(t) \cos \omega\tau \, d\tau \qquad (5)$$

характеризует частотный состав процесса, позволяет выявить диапазон частот, на которые приходится максимальная дисперсия, а также установить частоту среза, характеризующую диапазон существенных частот процесса.

Если соотношения (2,3,4) подвергнуть преобразованию Фурье, то соответственно получим дробно рациональные выражения для аппроксимации спектральных плотностей:

$$S(\omega) = \frac{2D}{\pi} \, \frac{\alpha}{\alpha^2 + \omega^2} \qquad (6)$$

$$S(\omega) = \frac{2D_\alpha}{\pi} \cdot \frac{\omega^2 + \alpha^2 + \beta^2}{[(\omega^2 - (\alpha^2 + \beta^2)] + 4\alpha^2\omega^2} \qquad (7)$$

$$S(\omega) = \frac{4D_\alpha}{\pi} \frac{\alpha^2 + \beta^2}{[(\sigma^2 - (\alpha^2 + \beta^2)] + 4\alpha^2\omega^2} \qquad (8)$$

Перечисленные оценки являются оценками случайных процессов и дают возможность дать характеристики составляющим случайного процесса m_x и $X^o(t)$.

ЛИТЕРАТУРА

1. ЛУРЬЕ А.Б. Статистическая динамика сельскохозяйственных агрегатов. - Л.:Колос, 1970. - 376 с. 2. ПУГАЧЕВ В.С. Теория случайных функций. - М.: Физмашгиз, 1960. - 884 с. 3. СВЕШНИКОВ А.А. Прикладные методы теории случайных функций. - М.:Наука, 1968. - 463 с.



ДИНАМИКА ДВИЖЕНИЯ ЗЕРНИСТЫХ МАТЕРИАЛОВ С ИЗБЫТОЧНОЙ ВЛАЖНОСТЬЮ В БУНКЕРЕ

А.И.МАНСИМОВ, кандидат технических каук,
А.Ш.ГОДЖАЕВ

Бакинский Государственный Товароведно-коммерческий институт

Теоретические исследования движения зерна в трубах и бункерах сельскохозяйственного назначения основывается, как правило, на дискретной идеализированной модели. В работах Л.В.Гячева [1], В.Ф. Семнова [2], В.А. Богомягких [3] и других исследователей рассматривается зерно в виде совокупности тел сферической формы, между которыми действуют силы сухого трения. Результаты теоретических исследований хорошо совпадают с экспериментальными для идеальных сыпучих сред, к которым можно отнести и сухие зернистые материалы сельскохозяйственного производства.

Зерновые материалы с повышенной и избыточной влажностью являются плохо сыпучими, обладают малой текучестью и имеют повышенную тенденцию к образованию застойных зон в накопительных емкостях различного назначения. Теории движения подобных зерновых материалов в трубе или бункере не существует, несмотря на ее особую практическую ценность.

В нашей работе предложена механическая модель зернового материала с избыточной влажностью и получено дифференциальное уравнение движения модели в бункере конической формы

$$\frac{dF}{dx} + k_1 F = \pi\rho_x g(R - bx)^2 - \frac{2b\rho_x q^2}{(R - bx)^3} - \rho_x q' - \frac{C'_2 q}{\pi(R - bx)^2} \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{x + a}\right) - \frac{C''_2 q}{\pi(R - bx)} - \sigma C'_3 \left(\frac{1}{x^2} - \frac{1}{x^2 + 2xa + a^2}\right) - \sigma C''_3, \qquad (1)$$

где F - сила, действующая на элементарный объем зерн со стороны вышележащих слоев (рис. 1); R - радиус верхнего поперечного сечения бункер;

b - $tg\alpha$ - тангенс угла между образующей бункера и осью OX; q - секундный объемный расход зернового материала; $P_x = P_0(1 - yx)$ - плотность зернового материала, соответствующая координате x; P_0 - плотность зернового материала, соответствующая координате $x=0$; y - коэффициент пропорциональности; β - угол укладки зерен; $a=2(\cos\beta+1)$ - постоянный коэффициент зависящий от свойств зернового материала;

$$k_1 = \frac{tg\beta \cdot tg\alpha}{2r_0(1 + tg\beta \cdot tg\alpha)\cos\beta}$$

- коэффициент сопротивления, зависящий от размеров и укладки зерен;

$$C_2 = \frac{n\eta_0 S_0 P_0 (\cos\beta)^{-1}}{4\Delta p r_0 (1 + tg\beta \cdot tg\alpha)}$$

- коэффициент сопротивления жидкостного трения зерен между собой зависящий от вязкости жидкости, смачивающий зерна, размеров и укладки зерна; ro - радиус зерна, применяемого за шар; η_0 - коэффициент вязкости жидкостной пленки; S_0 - площадь контактов зерен; Δp - изменение плотности зерен, приходящейся на $\Delta x = 4ч_0\cos\beta$; n - число зерен, укладывающейся в поперечном сечении бункера с координатой x;

$$C_3'' = \frac{2\pi C_0}{4r_0(1 + tg\beta \cdot tg\alpha)\cos\beta}$$

- коэффициент сопротивления жидкостного трения зерен о стенки бункера;

$$C_3 = \frac{n\pi\rho_3\rho^2 r^2 \cos\beta}{6k\rho_ж(1 + tg\beta \cdot tg\alpha)\Delta\rho^2}$$

- коэффициент, характеризующий силы сцепления зерен между собой, P_3 - плотность материала зерна; $P_ж$ - плотность жидкости, k - коэффициент, зависящий от влажности зернового материала;

$$C_2'' = \frac{\pi^2 \sin\alpha}{2r_0(1 + tg\alpha\, tg\beta)\cos\beta}\left(\frac{4}{3}\frac{r_0^2\rho_3}{k\rho_ж\delta_1^2} + 1\right)$$

коэффициент сцепления со стенками бункера.

Решение дифференциального уравнения (1) при постоянных значениях q и q' имеет вид

$$F = e^{-k_1 x}\left\{\int\left[\pi\rho_x g(R - bx)^2 - \frac{2b\rho_x q^2}{(R - bx)^3} - \rho_x q' - \frac{C_2' q}{\pi(R - bx)^2}\left(\frac{1}{x} - \frac{1}{x + a}\right) - \frac{C_2' q}{\pi(R - bx)} - \sigma C_3''\left(\frac{1}{x^2} - \frac{1}{(x + a)^2}\right) - \sigma C_3''\right]e^{k_1 x}dx + C\right\} \quad (2)$$

Предположим, что зерно в емкости совершает движение под действием сил F_a и F_b (рис. 2) приложенных к ведущему aa' и ведомому bb' плунжерам.

Выполнив интегрирования выражения (2) и определив потоянную интегрировния C из условия, что при $x=x_a$, $F=F_a$ получим:

$$F = F_a e^{-k_1(x - x_a)} + a_1\left[J_1(t) - J_1(t_a)e^{-k_1(x - x_a)}\right] + a_2\left[J_2(t) - J_2(t_a)e^{-k_1(x - x_a)}\right] + q^2 a_3 J_3(t, t_a) + q^2 a_4 J_4(t, t_a) - a_5 q' J_1(x, x_a) - qa_7 J_3(x, x_a) + qa_7 J_5(t, t_a) + qa_8 J_6(t, t_a) + qa_9 J_4(x, x_a) - a_9 q J_7(t, t_a) + a_{10} q J_8(t, t_a) + \frac{C_2'' q}{\pi b} J_9(t, t_a) - \sigma C_3' J_5(x, x_a) + \sigma C_3' J_6(x, x_a) - \frac{C_3''}{k_1} J_7(x, x_a); \quad (3)$$

$$J_1(t) = \frac{t^2}{k_1} - \frac{2t}{k_1^2} + \frac{2}{k_1^3}; \quad (6) \qquad J_1(t_a) = \frac{t_a^2}{k_1} - \frac{2t_a}{k_1^2} + \frac{2}{k_1^3}; \quad (5)$$

$$t_a = x - \frac{R_a}{b}; \ (7) \quad J_2(t) = \frac{t^3}{k_1} - \frac{3t^2}{k_1^2} + \frac{6t}{k_1^3} - \frac{6}{k_1^4}; \ (8)$$

$$J_2(t_a) = \frac{t_a^3}{k_1} - \frac{3t_a^2}{k_1^2} + \frac{6t_a}{k_1^3} - \frac{6}{k_1^4}; \ (9)$$

$$J_3(t, t_a) = \left[-\frac{1}{2t^2} + \frac{1}{2t_a^2} - \frac{k_1}{t} + \frac{k_1}{t_a} + k_1 \ln\left|\frac{t}{t_a}\right| + \sum_{n=3}^{\infty}\frac{k_1^n}{n!(n-2)}(t^{n-2} - t_a^{n-2})\right]e^{-k_1 t}; \quad (10)$$

$$J_4(t, t_a) = J_6(t, t_a) = J_8(t, t_a) = \left[-\frac{1}{t} + \frac{1}{t_a} + k_1 \ln\left|\frac{t}{t_a}\right| + \sum_{n=2}^{\infty}\frac{k_1^n}{n!(n-1)}(t^{n-1} - t_a^{n-1})\right]e^{-k_1 t}; \quad (11)$$

$$J_1(x, x_a) = J_7(x, x_a) = 1 - e^{-k_1(x - x_a)}; \quad (12)$$

$$J_2(x, x_a) = \frac{x}{k_1} - \frac{1}{k_1^2} - \left(\frac{x_a}{k_1} - \frac{1}{k_1^2}\right)e^{-k_1(x - x_a)}; \quad (13)$$

$$J_3(x, x_a) = \left[\ln\left|\frac{x}{x_a}\right| + \sum_{n=1}^{\infty}\frac{k_1^n}{n!n}(x^n - x_a^n)\right]e^{-k_1 x} \quad (14)$$

$$J_4(x, x_a) = \left\{\ln\left|\frac{x + a}{x_a + a}\right| + \sum_{n=1}^{\infty}\frac{k_1^n}{n!n}\left[(x + a)^n - (x_a + a)^n\right]\right\}e^{-k_1(x + a)}; \quad (15)$$

$$J_5(t, t_a) = J_7(t, t_a) = J_9(t, t_a) = \left[\ln\left|\frac{t}{t_a}\right| + \sum_{n=1}^{\infty}\frac{k_1^n}{n!n}(t^n - t_a^n)\right]e^{-k_1 t} \quad (16)$$

$$J_5(x, x_a) = \left[-\frac{1}{x} + \frac{1}{x_a} + k_1 \ln\left|\frac{x}{x_a}\right| + \sum_{n=2}^{\infty}\frac{k_1^n}{n!(n-1)}(x^{n-1} - x_a^{n-1})\right]e^{-k_1 x} \quad (17)$$

$$J_6(x, x_a) = \left\{\frac{x - a}{(x + a)(x_a + a)} + k_1 \ln\left|\frac{x + a}{x_a + a}\right| + \sum_{n=2}^{\infty}\frac{k_1^n}{n!(n-1)}\left[(x + a)^{n-1} - (x_a + a)^{n-1}\right]\right\}e^{-k_1(x + a)}; \quad (18)$$

$$a = 2r_0(1+\cos\beta) \quad (19) \qquad a_1 = \pi\rho_0 bg \quad (20)$$

$$a_3 = \frac{2\rho_0(b+\gamma R)}{b^2} \quad (22) \qquad a_4 = \frac{2\rho_0\gamma}{b^2} \quad (23)$$

$$a_6 = \rho_0\gamma \quad (25); \qquad a_7 = \frac{C_2}{\pi R^2} \quad (26)$$

$$a_9 = \frac{C_2}{\pi(ab+R)^2} \quad (28) \qquad a_{10} = \frac{C_2}{\pi(ab+R)} \quad (29)$$

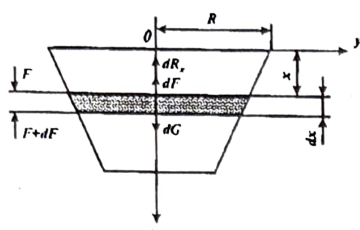


Рис. 1. Силы действующие на элементарно тонкий слой зернового материала

Предположив, что при $x=x_b$, $F=F_b$ выразим значение силы F через F_b, соответствующая координату x_b

$$F = F_b e^{-k_1(x-x_b)} + a_1\left[J_1(t) - J_1(t_b)e^{-k_1(x-x_b)}\right] + a_2\left[J_2(t) - J_2(t_b)e^{-k_1(x-x_b)}\right] + q^2 a_3 J_3(t,t_b) + q^2 a_4 J_4(t,t_b) - a_5 q' J_1(x,x_b) - q' a_6 J_2(x,x_b) - q a_7 J_3(x,x_b) + q a_7 J_5(t,t_b) + q a_8 J_6(t,t_b) + q a_9 J_4(x,x_b) - a_9 q J_7(t,t_b) + a_{10} q J_8(t,t_b) + \frac{C_2'' q}{\pi b} J_9(t,t_b) - \sigma C_3' J_5(x,x_b) + \sigma C_3' J_6(x,x_b) \quad (30)$$

В этом уравнении неизвестные, содержащие x_b и t_b могут быть определены по соответствующим формулам (5), (7), (9) .... (18); заменив в них координату x_a на x_b, а координату t_a на t_b. Постоянные коэффициенты a, a_1 ... a_{10} зависят от свойств и состояния зернового материала и могут быть определены по формулам (19)... (29).

Приравняв значение силы F из формул (3) и (30), получим

$$F_b = F_a e^{-k_1(x_b-x_a)} + a_1\left[J_1(t_b) - J_1(t_a)e^{-k_1(x_b-x_a)}\right] + a_2\left[J_2(t_b) - J_2(t_a)e^{-k_1(x_b-x_a)}\right] + q^2 a_3 J_3(t_a,t_b)e^{-k_1(x_b-\frac{R}{b})} + q^2 a_4 J_4(t_a,t_b)e^{-k_1(x_b-\frac{R}{b})} + a_5 q'[1+e^{-k_1(x_b-x_a)}] + q' a_6 J_2(x_a,x_b) + q a_7 J_3(x_a,x_b)e^{-k_1 x_b} + q a_7 J_5(t_a,t_b) \times e^{-k_1(x_b-\frac{R}{b})} + q a_8 J_6(t_a,t_b)e^{-k_1(x_b-\frac{R}{b})} + q a_9 J_4(x_a,x_b)e^{-k_1(x_b+a)} + a_9 q J_7(t_a,t_b)e^{-k_1(x_b-\frac{R}{b})} + a_{10} q J_8(t_a,t_b)e^{-k_1(x_b-\frac{R}{b})} + \frac{\sigma C_3}{k_1}[1+e^{-k_1(x_b-x_a)}]; \quad (31)$$

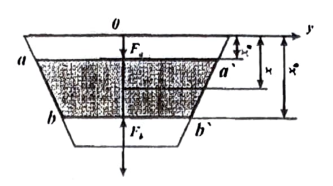


Рис. 2. Движение связанного зернового материала в конической емкости под действием ведущего аа'и ведомого bb' плунжеров.

Выражение (31) устанавливает зависимость расхода из бункера, связанного зернового материала и силами, действующими на ведущие аа' и ведомое сечение bb'. Оно может быть использовано для определения установившегося расхода g по заданным силам F_a и F_b, либо для определения сил при известном расходе.

Предложив, что между абсолютно гладкими зернами нет слоя жидкости (r=0; δ=0) и плотность зернового материала во всех сечениях бункера одинакова (γ=0) уравнение (31) получает вид найденный в работе (2) Л.В.Гячевым.

$$J_3(t_a,t_b) = \frac{1}{2t_a^2} + \frac{k_1}{t_a} - \frac{1}{2t_b^2} - \frac{k_1}{t} + k_1^2 \ln\left|\frac{t_b}{t_a}\right| + \sum_{n=3}^{\infty}\frac{k_1^n}{n!(n-2)}(t_b^{n-2} - t_a^{n-2}); \quad (32)$$

$$J_4(t_a,t_b) = J_6(t_a,t_b) = J_8(t_a,t_b) = \left[\frac{1}{t_a} - \frac{1}{t_b} + k_1 \ln\left|\frac{t_b}{t_a}\right| + \sum_{n=2}^{\infty}\frac{k_1^n}{n!(n-1)}(t_b^{n-1} - t_a^{n-1})\right]e^{-k_1 t} \quad (33)$$

$$J_2(x_a,x_b) = \frac{x_b}{k_1} - \frac{1}{k_1^2} + \left(\frac{x_a}{k_1} - \frac{1}{k_1^2}\right)e^{k_1(x_b-x_a)}; \quad (34)$$

$$J_3(x_a,x_b) = \ln\left|\frac{x_a}{x_b}\right| + \sum_{n=1}^{\infty}\frac{k_1^n}{n!n}(x_a^n - x_b^n); \quad (35)$$

$$J_5(t_a,t_b) = J_7(t_a,t_b) = J_9(t_a,t_b) = \ln\left|\frac{t_a}{t_b}\right| + \sum_{n=1}^{\infty}\frac{k_1^n}{n!n}(t_a^n - t_b^n) \quad (36)$$

$$J_4(x_a,x_b) = \ln\left|\frac{x_b+a}{x_a+a}\right| + \sum_{n=1}^{\infty}\frac{k_1^n}{n!n}[(x_b+a)^n - (x_a+a)^n \quad (37)$$

$$J_5(x_a,x_b) = \frac{1}{x_b} - \frac{1}{x_a} + k_1 \ln\left|\frac{x_a}{x_b}\right| + \sum_{n=2}^{\infty}\frac{k_1^n}{n!(n-1)}(x_a^{n-1} - x_b^{n-1}); \quad (38)$$

$$J_6(x_a,x_b) = \frac{1}{x_a+a} - \frac{1}{x_b+a} + k_1 \ln\left|\frac{x_b+a}{x_a+a}\right| + \sum_{n=2}^{\infty}\frac{k_1^n}{n!(n-1)} \cdot [(x_b+a)^{n-1} - (x_a+a)^{n-1}]. \quad (39)$$

ЛИТЕРАТУРА

1. Гячев Л.В. Движение сыпучих материалов в трубах и бункерах. - М.: Машиностроение, 1968. - 184 с.

2. Семенов В.Ф. Механико-технологические основы истечения зернистых сельскохозяйственных материалов из емкостей: Автореф. дис. докт. техн. наук. - Новосибирск, 1980 - 450 с.

3. Богомягких В.А. Теория и расчет бункеров для зернистых материалов. - Ростов н/Д. Изд-во РГУ. 1973. - 147с.